

- | | |
|---|--|
| <p>3. a középvonalak a négyzetet négy egybevágó négyzetre osztják;</p> <p>4. az átlók merőlegesen egymásra;</p> <p>5. négy szimmetria tengelye van: a két középvonal és a két átló;</p> <p>6. megszerkesztéséhez egy oldal mértékszámát kell ismerünk;</p> <p>7. elsősorban díszítő alak.</p> | <p>3. a középvonalak a téglalapot négy egybevágó téglalapra osztják;</p> <p>4. az átlók ferdén állanak egymásra;</p> <p>5. két szimmetria tengelye van: a két középvonal;</p> <p>6. megszerkesztéséhez két oldal mértékszámát kell ismerünk;</p> <p>7. díszítő és célszerűségi alak; ezért igen gyakori.</p> |
|---|--|

9. *Házi feladat:* 1. A kivágott idomot ragasszuk be a füzetünkbe.

2. Rajzoljunk tetszőleges méretekkel egy négyzetet és egy téglalapot. Mérjük meg a szükséges adatokat s számítsuk ki a felrajzolt idomok területét.

Kratofil Dezső.

Mennyiségtan.

A gyökvonás alapfogalmai.

Négyzetgyökvonás közönséges számokból.

Két tanítási óra a polg. fiúisk. IV. o.-ban.

Az 1. órán a tanulók a gyökvonás alapfogalmain kívül megismerik, hogyan lehet próbálgatással egy számból négyzetgyököt vonni. A 2. órán megismerik a négyzetgyökvonás szokásos módját. Az 1. órát részletes kidolgozásban közlöm, a 2. órának csak óravázlatát adom meg.

1. óra.

I. Problémák felvetése és megoldása.

1. Rajzolnunk kell egy 169 cm^2 területű négyzetet!

Mit ismerünk ebben a példában? Mit kell meghatároznunk? Mit jelent a négyzet oldalát meghatározni? (Keresnünk kell egy oly számot, amely önmagával szorozva, 169 -et ad.) A négyzet oldalának mértékszámát x -szel jelölve, feladatunkat írásban így fejezhetjük ki:

$$x^2 = 169.$$

Ebben a kifejezésben ismeretes a hatványmennyiség és a kitevő, meghatározandó az alap. Ezt úgy kapjuk meg, hogy megkeressük azt a számot, amelynek négyzete 169; másszóval: az alapot megkapjuk, ha 169-ből négyzetgyököt vonunk, amit írásban a következőképen jelölünk:

$$x = \sqrt{169}.$$

Melyik az a szám, amelynek négyzete 169? (13.) 169 négyzetgyöke tehát 13, azaz

$$x = \sqrt{169} = 13, \text{ mert } 13^2 = 169.$$

A négyzet oldala 13 cm.

Hogyan kapjuk tehát a négyzet területéből az alapot?

Mennyi a négyzet oldala, ha területe 64 dm^2 ? 400 cm^2 ?

Mennyi $\sqrt{100}$? $\sqrt{144}$? $\sqrt{0.25}$? Miért?

Mit jelent tehát egy számból négyzetgyököt vonni?

2. Hány cm-nek kell vennünk a kocka élét, hogy térfogata 1331 cm^3 legyen?

Hogyan lehet a kocka élét a köbtartalomból meghatározni? (Keresnünk kell azt a számot, amely köbre emelve 1331-et ad.) A kocka élének mértékszámát x -nek véve, feladatunkat így jelölhetjük:

$$x^3 = 1331.$$

Mi ismeretes ebben a kifejezésben? Mit keresünk? A feladat hasonló az előbbihez. A kocka élét (a hatvány alapját) megkapjuk, ha megkeressük azt a számot, amely köbre emelve 1331-et ad, azaz, ha 1331-ből köbgyököt vonunk:

$$x = \sqrt[3]{1331}^* = 11, \text{ mert } 11^3 = 1331.$$

A kocka élét 11 cm-nek kell vennünk.

Mennyi a kocka éle, ha köbtartalma 64 cm^3 ? 1000 cm^3 ?

Miért?

Hogyan határozzuk meg tehát a kocka élét?

Mit jelent egy számból köbgyököt vonni?

3. Amint látjuk, a gyökvonás a hatványozásnak fordított művelete. A hatványozásnál az alapot és a kitevőt ismerve, ki kell számítani a hatványmennyiséget, a gyökvonásnál az adott hatványmennyiségből és a kitevőből az alapot kell megállapítani. A négyzetgyökvonás a négyzetre emelésnek, a köbgyökvonás a köbre emelésnek a fordított művelete. Célszerű a gyökvonásnál szereplő mennyiségeknek külön elnevezést adni. A köbgyökvonás első példáját véve:

$$x^3 = 1331, \quad x = \sqrt[3]{1331} = 11$$

1331: a gyökalap,

3: a gyökkitevő,

11: a gyök.

* A gyökkitevő elhelyezése nyomdatechnikai okok miatt csak így oldható meg.

A négyzetgyökvonásnál a gyökkitevőt nem szokás kiírni.

Mit jelent a következő kifejezés: $\sqrt[4]{16}$? (Keresni kell azt a számot, melynek a 4. hatványa 16.) Melyik az a szám? (2.) Miért?

Mennyi $\sqrt[4]{10.000}$? (10.) Miért? (Mert $10^4 = 10.000$.)

Mennyi $\sqrt[3]{1}$? Miért?

Mit jelent ez a kifejezés: $\sqrt[n]{a}$?

Mit jelent tehát egy számból gyököt vonni? (Keresni kell azt a számot, amely a gyökkitevőre hatványozva, a gyökalapot adja.) Azaz:

$$\text{ha } \sqrt[n]{a} = b, \text{ akkor } b^n = a.$$

Ez egyúttal a gyökvonás próbája is.

4. Mennyi $\sqrt{64}$? (8.) Lehet azonban -8 is, mert $(-8)^2 = 64$.

Hasonlóan: $\sqrt{225} = \pm 15$, $\sqrt{400} = \pm 20$.

A négyzetgyökvonás kétértékű művelet.

Mennyi $\sqrt{-64}$? Lehet-e $+7$? Hát -7 ?

Amikor negatív számból négyzetgyököt kellene vonnunk, hasonló nehézség előtt állunk, mint amikor a harmadik osztályban legelőször kellett kisebb számból nagyobbát elvonnunk. Hogyan segítettünk akkor magunkon? (Új számokat vezettünk be, a negatív számokat.) Ha azt akarjuk, hogy $\sqrt{-64}$ -nek is legyen értelme, szintén újfajta számokat kell bevezetnünk. Ezeket a számokat *képzetes (imaginiarius) számoknak* nevezzük. Amint a negatív számokat $-$ jellel, úgy a képzetes számokat i betűvel szokás jelölni. Egységük a $\sqrt{-1} = i$, és így $\sqrt{-64} = 8 i$, sőt $\pm 8 i$. Ezekkel a számokkal azonban nem foglalkozunk tovább.

Vonjunk köbgyököt $+216$ -ból és -216 -ból!

$$\sqrt[3]{+216} = +6, \text{ mert } (+6)^3 = +216,$$

$$\sqrt[3]{-216} = -6, \text{ mert } (-6)^3 = -216.$$

Milyen szabályt mondhatunk erre vonatkozólag?

5. Eddig mindig úgy választottam a gyökalapot, hogy a gyök megállapítása nem okozott nehézséget. Mennyi azonban $\sqrt{30}$? Lehet-e egész szám? Miért nem? Tört szám sem lehet, mert ha

$\sqrt{30} = \frac{a}{b}$ lenne, ahol a és b nem egyszerűsíthető egész számok, akkor

$\frac{a^2}{b^2} = 30$ lenne, ami lehetetlen, mert ha az előbbi tört nem egyszerűsíthető, akkor az utóbbi sem az, tehát nem adhat egész számot.

Tehát $\sqrt{30}$ sem egész szám, sem tört szám, hanem ú. n. *irracionális* szám, melyet tizedes számmal meg lehet ugyan közelíteni, de pontosan kifejezni ezzel sem lehet. Ha nem teljes hatványból kell gyököt vonnunk, mindig irracionális számot kapunk.

6. Hány m -nek kell választanunk a négyzet oldalát, hogy területe 30 m^2 legyen?

Az előbb megállapítottuk, hogy a négyzet oldalának (m -ben kifejezett) mértékszáma 5 és 6 között van, azaz

$$5 < \sqrt{30} < 6.$$

Hogyan lehetne jobban megközelíteni a négyzet oldalát? Kiszámítjuk $5\cdot1$, $5\cdot2$, stb. négyzetét, s ilyenformán megtaláljuk azt a két értéket, mely legjobban megközelíti a $\sqrt{30}$ -at. Hogy a munka gyorsabban menjen, ketten-ketten kiszámítják $5\cdot1$, ill. $5\cdot2$, stb. négyzetét. — Halljuk az eredményeket!

$$5\cdot1^2 = 26\cdot01, \dots, 5\cdot4^2 = 29\cdot16, 5\cdot5^2 = 30\cdot25. \text{ Elég! Tehát:}$$

$$5\cdot4 < \sqrt{30} < 5\cdot5.$$

Hogyan lehetne még jobban megközelíteni a gyök értékét? Számítsátok ki $5\cdot41$, $5\cdot42$, stb. négyzetét! Halljuk az eredményt! Elég! Tehát:

$$5\cdot47 < \sqrt{30} < 5\cdot48.$$

Ha ezt az eljárást folytatnánk, akkor a következő megközelítés ez lenne:

$$5\cdot477 < \sqrt{30} < 5\cdot478.$$

Ilyen eljárással még jobban is meg lehetne közelíteni a gyök értékét, de ez már fölösleges, mert a két legutóbbi értékek bármelyikét véve, a négyzet területe már nagyon megközelíti a 30 m^2 -t.

Az irracionális szám értéke tehát mindig megközelíthető a kívánt pontossáig.

II. Összefoglalás.

Milyen új műveletről tanultunk ma? Minek a fordított művelete a gyökvonás? Mit nem ismerünk a gyökvonásban? Hogyan hívjuk a gyökvonásnál szereplő számokat? Mit jelent négyzetgyököt vonni? Mit jelent köbgyököt vonni? Általában mit jelent egy számból gyököt vonni? Milyen újfajta számokhoz vezet a gyökvonás? Stb.:

Jelöljük ki a könyvben a megtanulandó szabályokat!

III. Házi feladat.

Állapítsátok meg próbálgatással a 20 m^2 területű négyzet oldalát!

Csináljátok meg a könyv lapján található feladatokat. (Megmondom a feladatok számát.)

2. óra.

I. A házi feladatok számonkérése.

A 20 m^2 területű négyzet oldala: $4:472 < \sqrt{20} < 4:473$

A könyvben levő példákat a könyvből őrzöm ellen.

II. Példák alapján a mult órán tanultak számonkérése.

Főképen: „Mit jelent egy számból négyzet (küb)-gyököt vonni?”

III. Célkitűzés: Hogyan kell találgatás nélkül egy számból négyzetgyököt vonni?

IV. Anyagközlés: A négyzetgyökvonás módjának levonása a négyzetreemelésből.

$$t = a^2 = 467^2 = 16 \begin{array}{r} 48 \\ 36 \\ 64 \\ 49 \\ \hline 21 \overline{)80 \overline{)89}} \end{array} \text{ mm}^2.$$

$$a = \sqrt{21 \overline{)80 \overline{)89}} = 467 \text{ mm}.$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 58 \overline{)0} : 8 \\ 48 \\ \hline 36 \\ 648 \overline{)9} : 92 \\ 644 \\ \hline 49 \\ 0000 \end{array}$$

Egyszerűbben:

$$a = \sqrt{21 \overline{)80 \overline{)89}} = 467 \text{ mm}.$$

$$58 \overline{)0} : 8.6$$

$$648 \overline{)9} :$$

$$000$$

Szabály!

V. Gyakorlás.

$$\sqrt{91204} = 302, \quad \sqrt{912 \cdot 04} = 30 \cdot 2,$$

$$\sqrt{3364} = 58,$$

$$\sqrt{20} = 4:472. \text{ (Házi feladat.)}$$

$$\sqrt{7 \cdot 9} = ? \quad \text{Stb.}$$

VI. Összefoglalás. Szabály átolvasásra.

VI. Házi feladat kijelölése:

..... lap , példák.

Krix Márton.

Természetrajz.

A piros árvacsalán.

(Tanítás a polgári iskola I. o.-ban)

Szemléltető eszközök:

Egy-egy tanuló részére: Élő növény, kézinagyító (tanuló-csoportonként).

A tanár részére: Élő növény, egyenlő vastagságú, de különböző hosszúságú két fapálca, egy-egy egyenlő hosszúságú és súlyú üvegcső és üvegrúd (mindkettő üveganyaga egyenlő!) állványba szorítva, akasztóval felszerelt mérlegsúly ,serpenyős mérleg, súlyok, csipős csalán, mikroszkópi készítmény a csipős csalán szőréről és a piros árvacsalán szárának a keresztmetszetéről.

Előkészítés.

a) *Számonkérés. (A májusi gyöngyvirág.)* Hol van az igazi otthona? (Az árnyékos erdőben. Árnyékkedvelő növény: levelei vékonyak, csupaszok és nagylemezűek, hogy minél nagyobb felületen párologtathassa a vizet, és hogy minél nagyobb felülettel gyűjthesse össze az erdő aljára eső kevés napfényt. A virágoskertbe telepített gyöngyvirág is csak az árnyékos sarokban fejlődik erőteljesen. A botanikus-kertben megfigyeltük, hogy míg az árnyékos erdőaljra telepített gyöngyvirág nagylemezű és haragosszöld leveleket hajt, addig a napverőre telepített példányok kislevelűek és sárgászöld színűek, mert a vékony és csupasz levelek nem védik meg az érzékeny klorofillszemcséket az erős napfénytől. Már pedig, ha a készanyag-gyártó klorofillok nem dolgozhatnak rendesen, a növény elsatnyul, sőt előbb-utóbb el is pusztul.)

Gyere a táblához és rajzold fel a *gyöngyvirág fejlődését*. (Lásd: 1. ábra.)

(Korán kihajt, mert tőkéjében sok az összegyűjtött táplálék. — A rügyekből fejlődő növényke fúró módra töri át a földet, miközben nem sérül meg, mert a két levélből összesod-